

ЩЕ ИЗЧЕЗНЕ ЛИ БЪЛГАРСКАТА НАЦИЯ ПРЕЗ ХХІ ВЕК?

Доц. д-р Стефан Стефанов
катедра "Математика и статистика"
СА "Д. А. Ценов" - Свищов
(Продължение от брой 1/2003)

Резюме: В работата се разглеждат измененията на основните демографски показатели на българската нация при прехода ѝ към пазарна икономика и интегрирането ѝ към икономически развитите страни на Европа. Присъединяването ѝ се очаква да бъде процес на повишаване икономическото равнище и възприемане на нов модел за развитие на икономиката на страната, което ще доведе до подобряване на демографските ѝ показатели и ще спомогне за запазването и оцеляването ѝ през ХХІ век, въпреки изпитваните трудности понастоящем.

Прилага се регресионния статистически анализ за изглаждане по права линия (линейна функция) и по парабола (квадратна функция) на броя на населението, на коефициентите на раждаемост, смъртност и естествен прираст на населението на страната за периода 1992-1999 г. и отделно за периода 1992-2000 г. и използване при прогнозирането на тези показатели на онази от тях, която дава по-малка средна квадратична (стандартна) грешка. Направени са конкретни изводи на основата на ползваните реални данни, публикувани в специализираните издания на НСИ, и получените резултати от извършените прогнози чрез приложението на регресионния статистически анализ се сравняват с тези данни.

Ключови думи: флуктуация, популация, свободна пазарна икономика, демографски променливи, регресивен метод на статистически анализ

JEL класификация: C0, J10, J11, J17

Abstract: The present paper focuses on the fluctuations of the main demographic variables of the Bulgarian nation during its transition to a free-market economy and its integration with the developed European countries. This process of integration means to increase the economic level and to adopt a new model of development of the country's economy, which will result in better demographic variables and will help the country survive in the 21st century in spite of the difficulties it faces at present. This study makes use of the regression method of statistical analysis for the leveling in a straight line (linear function) and in a parable (square function) of the population rate, birth rate, death rate, increase in the population of the country between 1992 and 1999 and between 1992 and 2000. To make the forecasts of these variables we use the one which shows a smaller mean quadratic error. We have come to particular conclusions based on reliable data, published in specialized newsletters of the National Institute of Statistics and on comparisons of the results of the forecasts that have been made applying the regression method of statistical analysis.

Keywords: fluctuation, population, free-market economy, demographic variables, regression method of statistical analysis

JEL: C0, J10, J11, J17

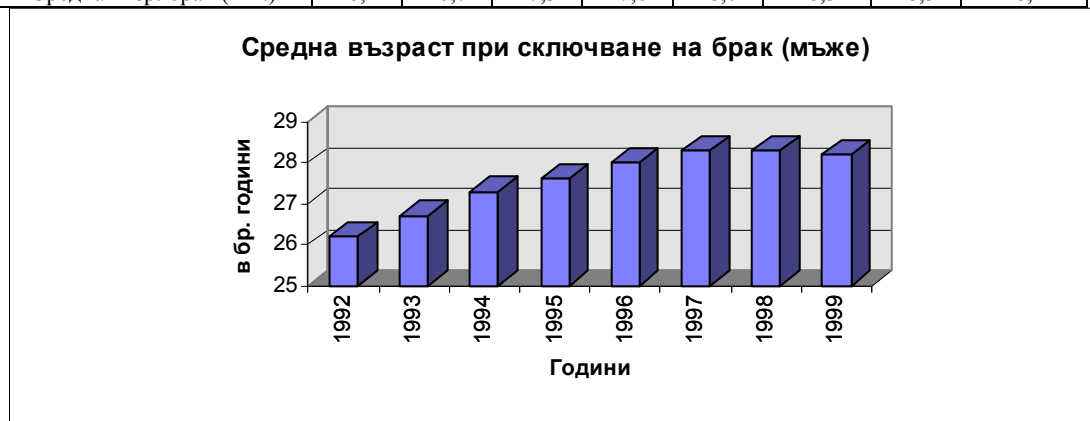
14. Прогнозиране изменението на средната възраст при сключване на брак - мъже (до 2005 г.)

Изчисленията при приложението на регресионния статистически анализ за изглаждане по права линия при изменение средната възраст при сключване на брак (мъже), означена по-нататък с $[VB(t)]$ по данни от втория ред на табл. 58, са дадени в колона трета на табл. 59:

Таблица 58

Средна възраст при сключване на брак-мъже (за 1992-1999г.)

Показател / Год.	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999
Средна възр. брак (в г.)	26,2	26,7	27,3	27,6	28,0	28,3	28,3	28,2



Графики 16

Таблица 59

Реални и изгладени стойности за $VB(t)$ и сумарна грешка

Год.	t	VB(t)	t.VB(t)	VB(t)*	VB(t)*-VB(t)	$[VB(t)*-VB(t)]^2$
1992	1	26,2	26,2	26,4167	0,2167	0,0469588
1993	2	26,7	53,4	26,7691	0,0691	0,0047748
1994	3	27,3	81,9	27,1215	-0,1785	0,0318622
1995	4	27,6	110,4	27,4739	-0,1261	0,0159012
1996	5	28,0	140,0	27,8263	-0,1737	0,0301716
1997	6	28,3	169,8	28,1787	-0,1213	0,0147136
1998	7	28,3	198,1	28,5311	0,2311	0,0534072
1999	8	28,8	230,4	28,8835	0,0835	0,0069722
Общо	36	221,2	1010,2	221,2078	0,0002	0,2047616

Нормалната система уравнения от (1), чиито коефициенти са елементите на втора, трета и четвърта колони от последния ред на табл. 59, има вида:

$$\begin{cases} 36.a + 8.b = 221,2 \\ 204.a + 36.b = 1010,2 \end{cases}$$

решенията на която са $a=0,3524$, $b=26,0643$.

Тогава линейната функция, използвана за изглаждане стойностите на средната възраст при сключване на брак (мъже), е $y=0,3524.t+26,0643$. При заместване в получената линейна (от първа степен) функция на t със значенията 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 и 8, се получават изгладените чрез нея стойности:

$$\begin{aligned} y(1) &= VB(1)_{1992}=0,3524.1+26,0643=26,4167 \ (\approx 26,4 \text{ г.}); \\ y(2) &= VB(2)_{1993}=0,3524.2+26,0643=26,7691 \ (\approx 26,8 \text{ г.}); \\ y(3) &= VB(3)_{1994}=0,3524.3+26,0643=27,1215 \ (\approx 27,1 \text{ г.}); \\ y(4) &= VB(4)_{1995}=0,3524.4+26,0643=27,4739 \ (\approx 27,5 \text{ г.}); \\ y(5) &= VB(5)_{1996}=0,3524.5+26,0643=27,8263 \ (\approx 27,8 \text{ г.}); \\ y(6) &= VB(6)_{1997}=0,3524.6+26,0643=28,1787 \ (\approx 28,2 \text{ г.}); \\ y(7) &= VB(7)_{1998}=0,3524.7+26,0643=28,5311 \ (\approx 28,5 \text{ г.}); \\ y(8) &= VB(8)_{1999}=0,3524.8+26,0643=28,8835 \ (\approx 28,9 \text{ г.}); \end{aligned}$$

Същите са представени в колона пета на табл. 59. В колона шеста са дадени изчислените отклонения на реалните от изгладените чрез линейната функция стойности, а в колона седма са вторите степени на тези отклонения. Сумарната грешка от вторите степени на отклоненията е $u=0,2047616$, получена в последния ред на колона седма. Средната квадратична (стандартна) грешка (s) се определя по формула (3). Тогава стандартната грешка при линейно изглаждане е

$$s = \sqrt{\frac{u}{n}} = \sqrt{\frac{0,2047616}{8}} = 0,159985.$$

Изчисленията при приложението на регресионния анализ за изглаждане по крива линия от втора степен (квадратна функция) при изменение на средната възраст при сключване на брак (мъже) $[VB(t)]$ по данни от втория ред на табл. 59, са дадени в колона трета на табл. 60:

Таблица 60

Реални и изгладени стойности на $VB(t)$ и сумарна грешка

Год.	t	VB(t)	t ²	t.VB(t)	VB(t)*	VB(t)*- VB(t)	[VB(t)*- VB(t)] ²
1992	1	26,2	1	26,2	26,2166	0,0166	0,0002755
1993	2	26,7	4	53,4	26,7403	0,0403	0,0016240
1994	3	27,3	9	81,9	27,2068	-0,0932	0,0086862
1995	4	27,6	16	110,4	27,6161	0,0161	0,0002592
1996	5	28,0	25	140,0	27,9682	-0,0318	0,0010112
1997	6	28,3	36	169,8	28,2631	-0,0369	0,0013616
1998	7	28,3	49	198,1	28,5008	0,2008	0,0403206
1999	8	28,8	64	230,4	28,6813	-0,1187	0,0140896
Общо	36	221,2	204	1010,2	221,2009	0,0045	0,0676192

Нормалната система уравнения, чиито коефициенти са елементи на втора, трета и четвърта колона от последния ред на табл. 60, има вида:

$$\begin{cases} 204.a + 36.b + 8.c = 221,2 \\ 1296.a + 204.b + 36.c = 1010,2 \\ 8772.a + 1296.b + 204.c = 5769,0 \end{cases}$$

решенията на която са $a=-0,0286$, $b=-0,0695$ и $c=25,6357$. Тогава квадратната функция, използвана за изглаждане на стойностите на средната възраст на населението, е $y=-0,0286.t^2-0,0695.t+25,6357$.

При заместване в намерената функция на t със значенията 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 и 8, се получават изгладените стойности:

$$\begin{aligned} y(1) &= VB(1)_{1992} = -0,0286.1^2 - 0,0695.1 + 25,6357 = 26,2166 \quad (\approx 26,2 \text{ г.}); \\ y(2) &= VB(2)_{1993} = -0,0286.2^2 - 0,0695.2 + 25,6357 = 26,7403 \quad (\approx 26,7 \text{ г.}); \\ y(3) &= VB(3)_{1994} = -0,0286.3^2 - 0,0695.3 + 25,6357 = 27,2068 \quad (\approx 27,2 \text{ г.}); \\ y(4) &= VB(4)_{1995} = -0,0286.4^2 - 0,0695.4 + 25,6357 = 27,6161 \quad (\approx 27,6 \text{ г.}); \\ y(5) &= VB(5)_{1996} = -0,0286.5^2 - 0,0695.5 + 25,6357 = 28,9682 \quad (\approx 28,0 \text{ г.}); \\ y(6) &= VB(6)_{1997} = -0,0286.6^2 - 0,0695.6 + 25,6357 = 28,2631 \quad (\approx 28,3 \text{ г.}); \\ y(7) &= VB(7)_{1998} = -0,0286.7^2 - 0,0695.7 + 25,6357 = 28,5008 \quad (\approx 28,5 \text{ г.}); \\ y(8) &= VB(8)_{1999} = -0,0286.8^2 - 0,0695.8 + 25,6357 = 28,6813 \quad (\approx 28,7 \text{ г.}). \end{aligned}$$

Същите са представени в колона шеста на табл. 60. В колона седма са дадени изчислените отклонения на реалните от изгладените чрез линейната функция стойности, а в колона осма са вторите степени на тези отклонения. Сумарната грешка от вторите степени на отклоненията $u=0,0676192$, е получена в последния ред на колона осма. Средната квадратична (стандартна) грешка (s), получена по показаната формула (3), е равна на

$$s = \sqrt{\frac{u}{n}} = \sqrt{\frac{0,0676192}{8}} = 0,091937.$$

След сравняване на двете стандартни грешки ($0,159985 > 0,091937$) се установява, че по-малка е тази при изглаждане по квадратна функция. Това показва, че изгладените посредством нея стойности са по-близки до реалните стойности за средната възраст при встъпване в брак (мъже). Следователно е удачно да се използва същата за прогнозиране на средната възраст при встъпване в брак (мъже) за следващите например шест години. За целта замества в квадратната функция t със значенията 9, 10, 11, 12, 13 и 14 за да намерим прогнозните резултати за всяка от годините от 2000 до 2005 г. Данните за 2000 и 2001 г. не са публикувани до настоящия момент и затова ги включваме към годините, за които ще се прави прогноза:

$$\begin{aligned} y(9) &= VB(9)_{2000} = -0,0286.9^2 - 0,0695.9 + 25,6357 = 28,8046 \quad (\approx 28,8 \text{ г.}); \\ y(10) &= VB(10)_{2001} = -0,0286.10^2 - 0,0695.10 + 25,6357 = 28,8707 \quad (\approx 28,9 \text{ г.}); \\ y(11) &= VB(11)_{2002} = -0,0286.11^2 - 0,0695.11 + 25,6357 = 28,8796 \quad (\approx 28,9 \text{ г.}); \\ y(12) &= VB(12)_{2003} = -0,0286.12^2 - 0,0695.12 + 25,6357 = 28,8313 \quad (\approx 28,8 \text{ г.}); \\ y(13) &= VB(13)_{2004} = -0,0286.13^2 - 0,0695.13 + 25,6357 = 28,7258 \quad (\approx 28,7 \text{ г.}); \\ y(14) &= VB(14)_{2005} = -0,0286.14^2 - 0,0695.14 + 25,6357 = 28,5631 \quad (\approx 28,6 \text{ г.}); \end{aligned}$$

Получената прогнозна стойност за средната възраст при встъпване в брак (мъже) за 1999 г. е 28,7 г. и реалната е 28,8 г., което показва несъществено отклонение от 0,1 г. и следователно получената квадратна функция може да се използва за прогнозна дейност. **Прогнозните резултати показват тенденция на непрекъснато макар и бавно намаляване на средната възраст при встъпване в брак (мъже) за всяка от годините на периода след 2003 г., но оставаща с високи стойности. Този резултат може да се окаже един благоприятен момент понеже в по-ниските възрастови групи мъжете обикновено създават повече деца, смъртността е по-ниска, което влияе положително върху възпроизводството на населението.**

14. Прогнозиране изменението на средната възраст при сключване на брак - жени (до 2005 г.)

Изчисленията при приложението на регресионния статистически анализ за изглаждане по права линия при изменение средната възраст при сключване на брак - жени, означавани по-нататък с $[VB(t)]$, по данни от втория ред на табл. 61, са дадени в колона трета на табл. 62:

Таблица 61

Средна възраст при сключване на брак-жени (за 1992-1999 г.)

Показател / Год.	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999
Средна възраст (в г.)	22,9	23,3	24,0	24,1	24,6	24,9	24,9	25,3



Графика 17

Таблица 62

Реални и изгладени стойности за $VB(t)$ и сумарна грешка

Год.	t	$VB(t)$	$t.VB(t)$	$VB(t)^*$	$VB(t)^*-VB(t)$	$[VB(t)^*-VB(t)]^2$
1992	1	22,9	22,9	23,0833	0,1833	0,0335988
1993	2	23,3	46,6	23,4166	0,1166	0,0135955
1994	3	24,0	72,0	23,7499	-0,2501	0,0625500

1995	4	24,1	96,4	24,0832	-0,0168	0,0002822
1996	5	24,6	123,0	24,4165	-0,1835	0,0336722
1997	6	24,9	149,4	24,7498	-0,1502	0,0225600
1998	7	24,9	174,3	25,0831	0,2311	0,0534072
1999	8	25,3	202,4	25,4164	0,1831	0,0335256
Общо	36	194,0	887,0	194,0018	0,0005	0,2133325

Нормалната система уравнения от (1), чиито коефициенти са елементите на втора, трета и четвърта колони от последния ред на табл. 62, има вида:

$$\begin{cases} 36.a + 8.b = 194,0 \\ 204.a + 36.b = 887,0 \end{cases}$$

решенията на която са $a=0,3333$, $b=22,75$.

Тогава линейната функция, използвана за изглаждане стойностите на средната възраст при сключване на брак (жени), е $y=0,3333.t+22,75$. При заместване в получената линейна (от първа степен) функция на t със значенията 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 и 8, се получават изгладените чрез нея стойности:

$$\begin{aligned} y(1) &= VB(1)_{1992} = 0,3333.1 + 22,75 = 23,0833 \quad (\approx 23,1 \text{ г.}); \\ y(2) &= VB(2)_{1993} = 0,3333.2 + 22,75 = 23,4166 \quad (\approx 23,4 \text{ г.}); \\ y(3) &= VB(3)_{1994} = 0,3333.3 + 22,75 = 23,7499 \quad (\approx 23,7 \text{ г.}); \\ y(4) &= VB(4)_{1995} = 0,3333.4 + 22,75 = 24,0832 \quad (\approx 24,1 \text{ г.}); \\ y(5) &= VB(5)_{1996} = 0,3333.5 + 22,75 = 24,4165 \quad (\approx 24,4 \text{ г.}); \\ y(6) &= VB(6)_{1997} = 0,3333.6 + 22,75 = 24,7498 \quad (\approx 24,7 \text{ г.}); \\ y(7) &= VB(7)_{1998} = 0,3333.7 + 22,75 = 25,0831 \quad (\approx 25,1 \text{ г.}); \\ y(8) &= VB(8)_{1999} = 0,3333.8 + 22,75 = 25,4164 \quad (\approx 25,4 \text{ г.}); \end{aligned}$$

Същите са представени в колона пета на табл. 62. В колона шеста са дадени изчислените отклонения на реалните от изгладените чрез линейната функция стойности, а в колона седма са вторите степени на тези отклонения. Сумарната грешка от вторите степени на отклоненията е $u=0,2047616$, получена в последния ред на колона седма. Средната квадратична (стандартна) грешка (s) се определя по формула (3). Тогава стандартната грешка при линейно изглаждане е

$$s = \sqrt{\frac{u}{n}} = \sqrt{\frac{0,2047616}{8}} = 0,159985.$$

Изчисленията при приложението на регресионния анализ за изглаждане по крива линия от втора степен (квадратна функция) при изменение на средната възраст при сключване на брак (жени) $[VB(t)]$ по данни от втория ред на табл. 61, са дадени в колона трета на табл. 63:

Таблица 63

Реални и изгладени стойности на $VB(t)$ и сумарна грешка

Год.	t	VB(t)	t ²	t.VB(t)	VB(t)*	VB(t)*- VB(t)	[VB(t)*- VB(t)] ²
1992	1	22,9	1	22,9	22,8917	-0,0083	0,0000688
1993	2	23,3	4	46,6	23,3893	0,0893	0,0079744
1994	3	24,0	9	72,0	23,8321	-0,1679	0,0281904
1995	4	24,1	16	96,4	24,2201	0,1201	0,0144240
1996	5	24,6	25	123,0	24,5533	-0,0467	0,0021808
1997	6	24,9	36	149,4	24,8317	-0,0683	0,0046648
1998	7	24,9	49	174,3	25,0493	0,1493	0,0222904
1999	8	25,3	64	202,4	25,2241	-0,0759	0,0057608
Общо	36	194,0	204	887,0	194,0016	0,0045	0,0873803

Нормалната система уравнения, чиито коефициенти са елементи на втора, трета и четвърта колона от последния ред на табл. 63, има вида:

$$\begin{cases} 204.a + 36.b + 8.c = 194,00 \\ 1296.a + 204.b + 36.c = 887,2 \\ 8772.a + 1296.b + 204.c = 5068,4 \end{cases}$$

решенията на която са $a=-0,0274$, $b=0,5798$ и $c=22,3393$. Тогава квадратната функция, използвана за изглаждане на стойностите на средната възраст на населението, е $y=-0,0274.t^2+0,5798.t+22,3393$.

При заместване в намерената функция на t със значенията 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 и 8, се получават изгладените стойности:

$$\begin{aligned} y(1) &= VB(1)_{1992} = -0,0274.1^2 + 0,5798.1 + 22,3393 = 22,8917 \quad (\approx 22,9 \text{ г.}); \\ y(2) &= VB(2)_{1993} = -0,0274.2^2 + 0,5798.2 + 22,3393 = 23,3893 \quad (\approx 22,9 \text{ г.}); \\ y(3) &= VB(3)_{1994} = -0,0274.3^2 + 0,5798.3 + 22,3393 = 23,8321 \quad (\approx 23,8 \text{ г.}); \\ y(4) &= VB(4)_{1995} = -0,0274.4^2 + 0,5798.4 + 22,3393 = 24,2201 \quad (\approx 24,2 \text{ г.}); \\ y(5) &= VB(5)_{1996} = -0,0274.5^2 + 0,5798.5 + 22,3393 = 24,5533 \quad (\approx 24,6 \text{ г.}); \\ y(6) &= VB(6)_{1997} = -0,0274.6^2 + 0,5798.6 + 22,3393 = 24,8317 \quad (\approx 24,8 \text{ г.}); \\ y(7) &= VB(7)_{1998} = -0,0274.7^2 + 0,5798.7 + 22,3393 = 25,0493 \quad (\approx 25,0 \text{ г.}); \\ y(8) &= VB(8)_{1999} = -0,0274.8^2 + 0,5798.8 + 22,3393 = 25,2241 \quad (\approx 25,2 \text{ г.}). \end{aligned}$$

Същите са представени в колона шеста на табл. 63. В колона седма са дадени изчислените отклонения на реалните от изгладените чрез линейната функция стойности, а в колона осма са вторите степени на тези отклонения. Сумарната грешка от вторите степени на отклоненията $u=0,0873803$, е получена в последния ред на колона осма. Средната квадратична (стандартна) грешка (s), получена по показаната формула (3), е равна на

$$s = \sqrt{\frac{u}{n}} = \sqrt{\frac{0,0873803}{8}} = 0,104511.$$

След сравняване на двете стандартни грешки ($0,163299 > 0,104511$) се установява, че по-малка е тази при изглаждане по квадратна функция. Това показва, че изгладените посредством нея стойности са по-близки до реалните стойности за средната възраст при встъпване в брак (жени). Следователно е удачно да се използва същата за прогнозиране на средната възраст при

встъпване в брак (жени) за следващите например шест години. За целта заместваме в квадратната функция t със значенията 9, 10, 11, 12, 13 и 14 за да намерим прогнозните резултати за всяка от годините от 2000 до 2005 г. Данните за 2000 и 2001 г. не са публикувани до настоящия момент и затова ги включваме към годините, за които ще се прави прогноза:

$$\begin{aligned} y(9) &= VB(9)_{2000} = -0,0274 \cdot 9^2 + 0,5798 \cdot 9 + 22,3393 = 25,3381 \quad (\approx 25,3 \text{ г.}); \\ y(10) &= VB(10)_{2001} = -0,0274 \cdot 10^2 + 0,5798 \cdot 10 + 22,3393 = 25,3973 \quad (\approx 25,4 \text{ г.}); \\ y(11) &= VB(11)_{2002} = -0,0274 \cdot 11^2 + 0,5798 \cdot 11 + 22,3393 = 25,4017 \quad (\approx 25,4 \text{ г.}); \\ y(12) &= VB(12)_{2003} = -0,0274 \cdot 12^2 + 0,5798 \cdot 12 + 22,3393 = 25,3513 \quad (\approx 25,4 \text{ г.}); \\ y(13) &= VB(13)_{2004} = -0,0274 \cdot 13^2 + 0,5798 \cdot 13 + 22,3393 = 25,2461 \quad (\approx 25,2 \text{ г.}); \\ y(14) &= VB(14)_{2005} = -0,0274 \cdot 14^2 + 0,5798 \cdot 14 + 22,3393 = 25,0861 \quad (\approx 25,1 \text{ г.}). \end{aligned}$$

Получената прогнозна стойност за средната възраст при встъпване в брак (жени) за 1999 г. е 25,2241 г. и реалната е 25,3 г., което показва несъществено отклонение от 0,0759 г. и следователно получената квадратна функция може да се използва за прогнозна дейност. **Прогнозните резултати показват тенденция на непрекъснато макар и бавно намаляване на средната възраст при встъпване в брак (жени) за всяка от годините на периода след 2003 г., но оставащи във високите стойности. Това е един благоприятен момент понеже в по-ниските възрастови групи жените раждат повече деца, смъртността е по-ниска, което влияе положително върху възпроизводството на населението.**